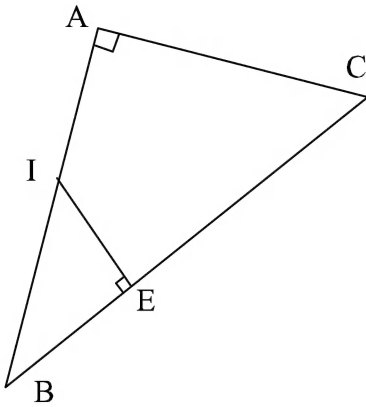


## الحساب المثلثي-حلول

تعليق

انتبه

تمرين 1



① لنحسب  $BC$  ثم  $\cos(\hat{A}BC)$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABC$  حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$  منه  $BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$

$$\text{منه : } \cos(\hat{A}BC) = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

② لنحسب  $\cos(\hat{A}BC)$  بطريقة أخرى ثم نحسب  $EB$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $IEB$  :  $\cos(\hat{A}BC) = \frac{BE}{BI}$

نستنتج إذن حسب السؤال السابق أن :  $\frac{BE}{BI} = \frac{4}{5}$  أي :  $\frac{BE}{4} = \frac{4}{5}$

(  $BI = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$  لأن  $I$  منتصف  $[AB]$  ) بالتالي :  $BE = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5}$

③ لنحسب  $IE$  و  $EC$

لدينا :  $EC = BC - BE = 10 - \frac{16}{5} = \frac{50 - 16}{5} = \frac{34}{5}$

لحساب  $IE$  نحسب  $\sin(\hat{A}BC)$  بطريقتين : لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABC$  :  $\sin(\hat{A}BC) = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

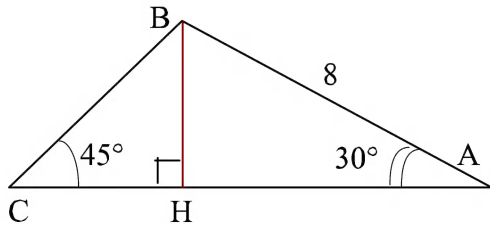
لدينا في المثلث القائم الزاوية  $IEB$  :  $\sin(\hat{A}BC) = \frac{IE}{BI}$  منه :  $\sin(\hat{A}BC) = \frac{IE}{BI}$  أي :  $\frac{IE}{4} = \frac{3}{5}$  بالتالي :  $IE = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$

يمكن استعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة أيضا لحساب  $IE$ .

تعليق

انتبه

تمرين 2



① لنحسب  $AH$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABH$  :  $\cos(\hat{H}AB) = \frac{AH}{AB}$

و بما أن :  $\hat{H}AB = 30^\circ$  و نحن نعلم أن :  $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

فإن :  $\frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  أي :  $\frac{AH}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  بالتالي :  $AH = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

② لنحسب  $BH$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $ABH$  :  $\sin(\hat{H}AB) = \frac{BH}{AB}$

و بما أن :  $\hat{H}AB = 30^\circ$  و نحن نعلم أن :  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$

فإن :  $\frac{BH}{AB} = \frac{1}{2}$  أي :  $\frac{BH}{8} = \frac{1}{2}$  بالتالي :  $BH = \frac{8}{2} = 4$

③ لنحسب  $BC$

لدينا في المثلث القائم الزاوية  $BCH$  :  $\sin(\hat{B}CH) = \frac{BH}{BC}$

و بما أن :  $\hat{B}CH = 45^\circ$  و نحن نعلم أن :  $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

فإن :  $\frac{BH}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  أي :  $\frac{4}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

بالتالي :  $BC = \frac{2 \times 4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

④ لنحسب  $CH$

لدينا في المثلث  $BCH$  :  $\hat{C}BH = 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$

إذن فهو متساوي الساقين و منه :  $CH = BH = 4$

⑤ لنحسب  $AC$

لدينا :  $AC = CH + AH = 4 + 4\sqrt{3}$



انتبه

## تمرين 3

معطيات :  $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$ 

| ② لنحسب $\tan(\alpha)$   | ① لنحسب $\cos(\alpha)$  |
|--|---|
| $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$ <p>نعلم أن :</p> | <p>نعلم أن : <math>\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1</math></p> <p>إذن : <math>\cos^2(\alpha) + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1</math></p> <p>منه : <math>\cos^2(\alpha) + \frac{9}{25} = 1</math></p> <p>منه : <math>\cos^2(\alpha) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}</math></p> <p>و حيث أننا نعلم أن : <math>\cos(\alpha) &gt; 0</math> فإن : <math>\cos(\alpha) = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}</math></p> |

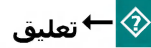


انتبه

## تمرين 4

معطيات :  $\tan(\beta) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 

| ① لنحسب $\sin(\alpha)$ و $\cos(\alpha)$   |
|---|
| <p>نعلم أن : <math>\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math> إذن : <math>\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{2}</math> منه <math>\frac{\sin \alpha}{5} = \frac{\cos \alpha}{2}</math> منه <math>\frac{(\sin \alpha)^2}{5} = \frac{(\cos \alpha)^2}{4}</math> نستنتج إذن أن :</p> <p>منه <math>\frac{(\sin \alpha)^2}{5} = \frac{(\cos \alpha)^2}{4} = \frac{(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2}{5+4} = \frac{1}{9}</math></p> <p>و <math>\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}</math> وبالتالي <math>(\sin \alpha)^2 = \frac{5}{9}</math> منه <math>\frac{(\sin \alpha)^2}{5} = \frac{1}{9}</math> و <math>\cos \alpha = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}</math> وبالتالي <math>(\cos \alpha)^2 = \frac{4}{9}</math> منه <math>\frac{(\cos \alpha)^2}{4} = \frac{1}{9}</math></p> |
| <p>هناك طرق أخرى لحساب <math>\sin \alpha</math> و <math>\cos \alpha</math>. لاحظ أن هذه الطريقة تعتمد على قواعد التناسب و قواعد النسب المثلثية.</p>   |



انتبه

## تمرين 5

① لنسب :

|   |
|---|
| $A = (\cos(\alpha) + \sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha) - \sin(\alpha))^2 = \cos^2(\alpha) + 2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha) + \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) - 2 \times \cos(\alpha) \times \sin(\alpha) + \sin^2(\alpha)$ $A = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1 + 1 = 2$ $B = \frac{\sin^4(\alpha) - \cos^4(\alpha)}{\sin(\alpha) + \cos(\alpha)} = \frac{(\sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha)) \times (\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha))}{\sin(\alpha) + \cos(\alpha)} = \frac{\sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha)}{\sin(\alpha) + \cos(\alpha)} = \frac{(\sin(\alpha) - \cos(\alpha)) \times (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}{\sin(\alpha) + \cos(\alpha)}$ $B = \sin(\alpha) - \cos(\alpha)$ $C = \cos(17^\circ) + 3\cos^2(20^\circ) + \sin^2(60^\circ) - \sin(73^\circ) + 3\cos^2(70^\circ) + \frac{1}{\tan^2(30^\circ)}$ $C = \cos(17^\circ) + 3\cos^2(20^\circ) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \cos(17^\circ) + 3\sin^2(20^\circ) + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$ $C = \cos(17^\circ) - \cos(17^\circ) + 3(\cos^2(20^\circ) + \sin^2(20^\circ)) + \frac{3}{4} + \frac{1}{\frac{1}{3}}$ $C = 0 + 3 \times 1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{3} = 3 + \frac{3}{4} + 3 = 6 + \frac{3}{4} = \frac{24+3}{4} = \frac{27}{4}$ |
| <p>لاحظ أن التبسيط اعتمد على تطبيق الخاصية <math>\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1</math> و على المتطابقات الهامة.</p>  |

معطيات :  $2 \sin(x) - \tan(x) = 0$  و  $0 < x < 90^\circ$ ① لنحدد قيمة  $x$ 

لدينا :  $2 \sin(x) - \tan(x) = 0$       منه :  $2 \sin(x) - \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = 0$       منه :  $\sin(x) \left( 2 - \frac{1}{\cos(x)} \right) = 0$

إذن :  $\sin(x) = 0$  أو  $2 - \frac{1}{\cos(x)} = 0$  ، و لكن لدينا حسب المعطيات  $0 < x < 90^\circ$  أي أن  $\sin(x) > 0$

إذن :  $2 - \frac{1}{\cos(x)} = 0$       منه :  $2 = \frac{1}{\cos(x)}$       منه :  $2 \cos(x) = 1$       منه :  $\cos(x) = \frac{1}{2}$

و بالتالي :  $x = 60^\circ$ 

🔍 لاحظ أن إيجاد العدد  $x$  يعتمد على إيجاد إحدى نسب المثلثية ثم استعمال جدول قيم النسب المثلثية الخاصة لتحديد قيمته.